

# Exploremos las matemáticas

Exploring Mathematics • Exploration des mathématiques • Mathematik entdecken

## Guía de actividades

Guía de actividades • Guide d'activités • Anleitung

Las regletas Cuisenaire® son una colección de regletas rectangulares de 10 longitudes y 10 colores; cada color se corresponde con una longitud diferente. La regleta más pequeña, un cubo blanco, tiene un centímetro de longitud; la más larga, la naranja, tiene 10 centímetros.

Las regletas Cuisenaire® proporcionan un modelo continuo de números, más que uno discreto. Por tanto, puedes asignar un valor a una regleta y determinar el valor de las 9 regletas restantes mediante las relaciones que se establecen entre ellas. Por ejemplo, si a la regleta blanca se le da un valor de 1, entonces la regleta naranja, que es diez veces más larga, tendrá un valor de 10. Si a la regleta blanca se le da un valor de 2, la naranja será 20. Si la regleta naranja es 1, la blanca será  $1/10$ .

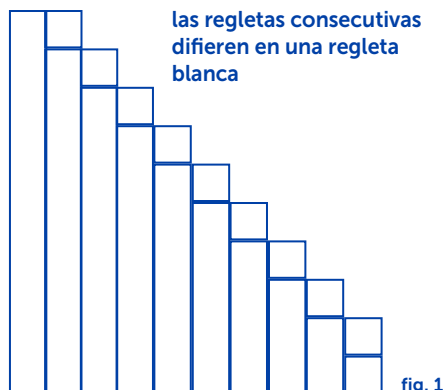
Las actividades con las regletas Cuisenaire® son idóneas para todas las clases que van de 3º de Educación Infantil a 2º de ESO. Ayudan a los alumnos a explorar números enteros, fracciones, medidas, proporciones, áreas, perímetros, simetría, congruencia, geometría tridimensional, series y funciones.

### Exploración libre

Da a los alumnos tiempo para que jueguen con las regletas antes de que las usen en clases dirigidas. Es probable que los alumnos hagan diseños, creen imágenes y construyan en tres dimensiones. Empezarán a darse cuenta de los atributos y las relaciones de las regletas; por ejemplo, que todas las regletas azules son del mismo tamaño, que dos rojas son igual a una morada o que una morada es una regleta blanca menos que la amarilla.

Orienta la exploración pidiendo a los alumnos que pongan una regleta de cada color plana en sus pupitres para hacer una escalera. Haz que debatan en grupos pequeños de qué se van dando cuenta y que luego lo comuniquen a la clase. Por ejemplo, las regletas consecutivas difieren en la longitud de una regleta blanca. Los alumnos suelen probar esto colocando una regleta blanca al final de cada regleta (excepto la naranja) en la escalera [Fig. 1].

Pide a los alumnos que debatan entre ellos cuánto vale cada regleta si a la regleta blanca se le asigna un valor de uno. Muéstrales que la regleta blanca mide 1 centímetro en cada lado. Haz que los alumnos compartan sus respuestas y expliquen sus razonamientos. Un grupo podrá indicar que la regleta roja vale dos "porque es dos veces más larga que la regleta blanca"; otro podrá darse cuenta de que "hacen falta dos regletas blancas para hacer una regleta roja y que uno más uno es dos".



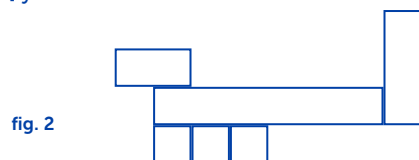
Para reforzar la idea de que encontrar un valor para cada regleta se basa en la unidad que elijamos, asigna a la regleta blanca un valor de dos. Cuando los alumnos ya hayan calculado los nuevos valores de las regletas, vuelve a pedirles que expliquen su razonamiento. De este modo, clarificarán sus ideas y es más probable que recuerden las relaciones que descubran.

## Constroye lo que tengo

Esta actividad es apropiada para alumnos desde 2º de Primaria a 2º de ESO, ya sea trabajando por parejas o en pequeños grupos. Cada grupo necesita un set de regletas. Un alumno dispone las regletas de una forma específica, y las mantiene ocultas, y entonces da instrucciones orales para que los demás reproduzcan lo que el alumno ha hecho. Esta actividad tiene varios objetivos: aumentar la familiaridad de los alumnos con las regletas, introducir o reforzar vocabulario matemático y mejorar la capacidad de comunicación y lingüística de los alumnos.

### Modelando la actividad

Elige entre 6 y 10 regletas, cada una de un color distinto o una combinación de colores (1 amarilla, 1 morada, 1 roja y 3 blancas). Haz que cada alumno seleccione el mismo grupo de regletas. Luego, usando algunas o todas las regletas, construye una estructura [Fig. 2] y manténla oculta a la clase.



Explica que deberán intentar reproducir la estructura siguiendo las instrucciones que des. Pide a los alumnos que construyan barreras (los libros son muy útiles para ello) para mantener la privacidad de su espacio de trabajo. Una vez que los alumnos estén preparados, empieza a dar instrucciones, describiendo con todo detalle la estructura, usando color, dirección, forma, colocación, etc. Por ejemplo, podrías decir: "Coloca una regleta amarilla plana en el pupitre, de modo que esté horizontal. Ahora pon una

regleta morada a la derecha de ella en la dirección opuesta, de manera que las regletas estén perpendiculares. Haced que se toquen, de modo que parezca la letra L de lado." Permite que los alumnos hagan preguntas en cualquier momento. Utiliza el lenguaje matemático correcto para que los alumnos puedan aprender vocabulario en contexto.

Después de que se hayan dado todas las instrucciones y todo el mundo esté listo, pide a los alumnos que quiten las barreras y comparen sus estructuras. Da tiempo a los alumnos para que debatan entre ellos cualquier diferencia que vean y luego se lo comuniquen a la clase. Pregúntales qué diferencias se han producido. Pueden responder que no entendieron algunas de las palabras que usaste ("perpendicular", "vertical") o que algunas palabras ("encima", "sobre", "debajo") tenían varios significados. Pregunta a los alumnos qué palabras eran útiles y cuáles eran poco claras.

### Construir para unos y otros

Ahora los alumnos harán la misma actividad, trabajando en pareja o en un pequeño grupo. Una vez que hayan seleccionado las regletas que quieren usar, están seguros de que cada alumno tiene un set idéntico y han levantado las barreras, un alumno creará una estructura y la describirá para que los otros la construyan. Recuérdales que el objetivo no es engañar, sino que todo el mundo construya la misma estructura. Cuando hayan terminado, los alumnos quitarán las barreras y compararán sus resultados, debatiendo lo que se ha dicho. Haz que se centren en qué descripciones fueron útiles, cuáles puede que provocaran las diferencias y cuáles son las alternativas que deberían haber usado. Repite el ejercicio de modo que cada alumno tenga la oportunidad tanto de dar como de seguir instrucciones.

### Observar a los alumnos

Pasea por el aula, observando y escuchando a los alumnos. Fíjate qué alumnos están seguros al usar palabras para direcciones, como derecha e izquierda, y qué alumnos utilizan palabras específicas como nombres de colores o formas. ¿Qué hacen los alumnos con las palabras ambiguas? ¿Comparan una parte de su estructura con algo familiar, quizá el tejado de una casa o un signo de igual? Si un alumno pide a otro que coloque una regleta en una posición vertical, ¿lo explica más dando detalles como "Colócala de modo que el extremo esté en el aire" o "Déjala plana sobre el pupitre, de modo que esté apuntando hacia ti"? ¿Qué preguntas se hacen unos y otros?

### Debatir la actividad

Después de que los alumnos hayan tenido la oportunidad de trabajar en esta actividad varias veces, pregúntales:

- ¿En qué aspectos fue fácil esta actividad? ¿En qué aspectos fue difícil?
- ¿Era más fácil ser la persona que hacía el edificio o la persona que daba las instrucciones? ¿Por qué?
- ¿Fue útil poder hacer preguntas según ibais construyendo? ¿Por qué?
- ¿Qué palabras u oraciones matemáticas te parecieron más útiles? La mayoría de los alumnos encontrarán esta actividad divertida y exigente, por lo que vale la pena repetirla de vez en cuando. Para hacer una variación, no dejes que hagan preguntas o solo preguntas que se puedan responder con sí o no. Haz en clase una lista de términos matemáticos, agregando palabras adicionales según vayan apareciendo.

## Encontrar todos los trenes

En esta actividad, adecuada desde 1º de Primaria a 2º de ESO, los alumnos construirán "trenes" (regletas alineadas de un extremo a otro) de regletas iguales a otras regletas. Trabajando por parejas, se les pedirá que encuentren todas las combinaciones posibles de regletas con las que se obtenga la misma longitud que la de una regleta de referencia, con el fin de investigar los sumandos, series y permutaciones.

### Introducción de la actividad

Cada par de alumnos necesita un set de regletas. Empieza pidiendo a los alumnos que coloquen una regleta verde claro delante de ellos y que alineen todas las regletas, como vagones en un tren, que la igualen en longitud. Solo habrá cuatro opciones: una verde claro, tres blancas, una blanca y una roja o una roja y una blanca. Explica que cuando los trenes tienen las mismas regletas, pero en distinto orden, se considerará que son trenes diferentes.

Los alumnos deberán trabajar en parejas o en grupos pequeños para construir y documentar todos los trenes que sean iguales a la regleta morada y luego todos los trenes que sean iguales a la regleta amarilla. Pregunta a los alumnos que sean mayores que busquen series que ayuden a determinar cuántos trenes puede haber para cualquier regleta.

Los alumnos más pequeños podrán documentar los resultados coloreando sus soluciones en papel cuadriculado. Prepara hojas de documentación marcando rectángulos en papel cuadriculado de cuadrículas de 1 centímetro: uno de 3 x 4 para el tren verde claro, uno de 4 x 13 para el tren morado, y uno de 5 x 20 para el tren amarillo.

Los alumnos mayores podrán crear sus propios sistemas de documentación y compartírselos en un debate de clase posterior. Algunos alumnos podrán hacer un boceto de cada solución; otros podrán usar papel cuadriculado; otros podrán hacer listas usando abreviaturas propias o estándar. Algunos incluso pueden escribir operaciones. [Fig. 3]









	morado	morado
	4b	1 + 1 + 1 + 1
	2r	2 + 2
	1b, 1r, 1b	1 + 2 + 1
	1r, 2b	2 + 1 + 1
	2b, 1r	1 + 1 + 2
	1v, 1b	3 + 1
	1b, 1v	1 + 3

fig. 3

### Observar a los alumnos

Observa y escucha a los alumnos según están construyendo. ¿Qué alumnos construyen sistemáticamente? ¿Qué alumnos reorganizan cada combinación de un set específico de regletas antes de probar otros colores de regletas? ¿Cómo se dividen los alumnos las tareas? ¿Qué series constatan? ¿Están documentando los alumnos de forma precisa? Los niños pequeños suelen repetir series, sin notarlo o sin preocuparse de ello. Los niños mayores encaran con más facilidad el desafío de encontrar todas

las formas diferentes. En cualquier caso, los alumnos adquirirán experiencia usando distintos sumandos para un número específico antes de vincular esta experiencia al simbolismo numérico. Es fácil no ver todos los trenes posibles, sobre todo con las regletas más largas. Si hay alumnos que parecen sentirse muy frustrados con la actividad, no los presiones; sin embargo, ayuda a aquellos que deseen que les ayuden. Anímalos a que vuelvan a componer un solo set de regletas, buscando una composición que no hayan documentado aún.

### Ideas para debates

Haz que los alumnos compartan sus métodos de enfocar el problema y, si es aplicable, también sus formas de documentarlo. Los alumnos se beneficiarán tanto de escuchar las explicaciones de otros como de verbalizar sus propios enfoques.

Pide a los alumnos que describan las series que ven. Por ejemplo, ¿se dieron cuenta los alumnos de que se podían hacer el doble de trenes para la regleta morada que para la verde claro? ¿Supusieron luego que la amarilla tenía 16 composiciones distintas? Los alumnos que sospechaban que el doble podría ser la serie, ¿lo comprobaron con regletas más cortas que la verde claro?

Una vez que los alumnos compartan sus sistemas de documentación, muéstrales un esquema de documentación [Fig. 4] que los matemáticos suelen usar cuando están investigando series. Indica que hacer una lista de las regletas por orden de tamaño ascendente simplifica el poder discernir cuáles son las series.

Regleta	Número de trenes
blanca	1
roja	2
verde claro	4
morada	8
amarilla	16
verde oscuro	
negra	
marrón	
azul	
naranja	

fig. 4

### Vincular números a las regletas

Cuando los alumnos más pequeños escriben operaciones para los trenes que han construido, el simbolismo usado para la suma y la resta cobra significado. Selecciona uno de los trenes que han documentado para la regleta verde claro, como una regleta roja y una blanca. Escribe  $2 + 1 = 3$  en la pizarra o el retroproyector. Pide a los alumnos que debatan entre ellos por qué esta es una manera de describir el tren rojo-blanco. Algunos recordarán las experiencias que tuvieron al explorar libremente, acordándose de cuando la regleta blanca tenía un valor de 1, la roja valía 2, la verde clara 3, la morada 4, etc. Selecciona otro tren y pregunta cuál es la operación o ecuación que la describe. Continúa hasta que hayas escrito una operación o ecuación para cada tren:

$$2 + 1 = 3; 1 + 2 = 3 \text{ y } 1 + 1 + 1 = 3.$$

A continuación, haz que los alumnos escriban operaciones o ecuaciones para cada tren que hayan documentado, comprobando con la pareja u otros compañeros de su grupo. Para alumnos de 1º y 2º de Primaria esta es una forma de relacionar la suma con la notación apropiada. Para alumnos de todos los niveles, es una forma de vincular la noción de conmutatividad a algo concreto, es decir, al igual que el orden de las regletas no afecta a la longitud del tren, el orden de los números tampoco afecta a su valor total.

## Trenes de un solo color

Para alumnos de 3º a 6º de Primaria, esta actividad emplea las regletas para investigar la multiplicación. Los alumnos trabajan juntos para encontrar las distintas maneras en que se puede hacer cada regleta usando otras regletas de un solo color. Al hacerlo, empezarán a explorar múltiplos y números primos.

### La investigación

Da a cada par de alumnos un set de regletas Cuisenaire®. Modela la actividad con la regleta naranja. Construye de una forma sistemática, empezando con la regleta blanca y pasando a la siguiente regleta más larga. Enfocar los problemas de forma sistemática no solo ayudará a los niños a ver dónde están, sino que les ayudará a detectar series con más facilidad. Después de que se hayan construido todos los trenes, muestra a los alumnos que, para documentarlos, bastará con que indiquen la regleta que están intentando emparejar y escriban las formas que encuentren. [Fig. 5] O haz un gráfico como el que se muestra. [Fig. 6]

fig. 5  
Regleta naranja  
10 blancas  
5 rojas  
2 amarillas

	b	r	v	d	a	o	g	m	z	n
naranja (n)	10	5			2					
azul (z)	9		3							
marrón (m)	8	4		2						
negra (g)	7									
verde oscuro (o)	6	3	2							
amarilla (a)	5									
morada (d)	4	2								
verde claro (v)	3									
roja (r)	2									
blanca (b)	1									

fig. 6

Haz que los alumnos sigan encontrando todas las maneras de hacer trenes de un color igual para cada una de las nueve regletas restantes y documenten sus soluciones.

### Ideas para debates

Cuando los alumnos hayan terminado, haz que compartan sus observaciones en un debate de toda la clase. Normalmente los alumnos se darán cuenta de lo siguiente:

"Todas las regletas se pueden hacer con regletas blancas."

"Algunas regletas solo se pueden hacer con regletas blancas."

"Cada dos regletas de la escalera se pueden hacer usando dos regletas del mismo color."

"Solo dos de las regletas se pueden hacer usando tres regletas del mismo color."

Pide a los alumnos que debatan cada una de las siguientes cuestiones:

- ¿Por qué una regleta de cada dos se puede hacer con dos regletas de un solo color? (Estas regletas son iguales a un número par de unidades, representando los números 2, 4, 6, 8 y 10; y todos se pueden dividir por 2.)
- ¿Qué regletas solo se pueden hacer con regletas blancas? ¿Por qué?

(Estas regletas -la blanca, roja, verde claro, amarilla y negra- representan los números primos 1, 2, 3, 5 y 7. Excepto en el caso del 1, no tienen factores excepto ellos mismos y 1; por tanto, solo las regletas blancas, que representan 1, se pueden usar para construirlos.)

*Observación: los alumnos pueden investigar números superiores a 10 uniendo combinaciones de dos o más regletas. Por ejemplo, una regleta "naranja-blanca", hecha de una regleta blanca y una regleta naranja, es igual a 11; una regleta "naranja-roja", hecha de una regleta roja y una regleta naranja, es igual a 12; y una "naranja-naranja-blanca", una combinación de tres regletas, vale 21.*

## Pares de regletas: investigación de fracciones

Para alumnos de 3º de Primaria a 2º de ESO, esta actividad emplea las regletas para desarrollar el significado de una fracción. Las fracciones indican las relaciones de las partes respecto a un todo más que los tamaños en sí. Por ejemplo, ¿qué hace algo una mitad o un cuarto o dos tercios de otra cosa? En esta actividad, las parejas trabajarán juntas para encontrar las relaciones entre pares de regletas, primero buscando regletas que sean la mitad de largas que otras regletas.

### Introducción de la actividad

Empieza pidiendo a los alumnos que encuentren una regleta que sea la mitad de la regleta naranja y que expliquen por qué es así. Normalmente, los alumnos encontrarán que 2 regletas amarillas son igual que 1 regleta naranja, por lo que las regletas amarillas serán justo la mitad de largas.

Muestra a los alumnos que este hecho se puede documentar de dos maneras:  
 $<n> = 2a$  o  $a = 1/2<n>$ .

Pregúntales por qué se escribe así. Podrás oír explicaciones como las siguientes:

"Las dos significan lo mismo."

"La primera significa que se necesitan dos regletas amarillas para hacer una naranja."

"La segunda significa que una regleta amarilla es la mitad del tamaño de una naranja."



Ahora pide a los alumnos que encuentren todos los demás pares de regletas en los que una regleta sea la mitad de otra, y que documenten sus resultados de las dos formas que se muestran. Comprueba que comprenden la tarea y el método de documentarla; luego pídeles que continúen explorando y encuentren todos los pares de regletas en los que una regleta sea  $1/3$  de la otra,  $1/4$ , etc. hasta  $1/10$ . Recuérdales que documenten todas las relaciones que encuentren.

### Debatir la actividad

Cuando los alumnos hayan completado la actividad, haz que compartan los resultados, y haz una lista que todos puedan ver. Empieza apuntando las relaciones que muestren las mitades. Entonces haz las siguientes preguntas:

- ¿Cómo sabéis que la lista está completa?
- ¿Por qué la regleta amarilla es la más larga que habéis encontrado que sea la mitad de otra regleta?
- ¿Tienen todas las regletas una regleta que sea la mitad?
- Al combinar regletas, ¿podrías hacer una longitud de la que la regleta verde oscuro fuera la mitad? (Naranja y roja.)
- ¿Podrías hacer longitudes de las que cada regleta más larga que la verde oscuro fuera la mitad?
- ¿Podrías hacer longitudes de las que ninguna regleta fuera la mitad?

Resolver estas cuestiones puede permitir a los alumnos descubrir que aunque cada regleta (o número) es la mitad de otra regleta, no todas las regletas tienen una regleta que sea la mitad de ella. Estas regletas representan los números impares que no se pueden dividir por 2 y dan un número entero. (Solo aquellas regletas que representen números pares tendrán mitades.)

Haz una lista y debate las relaciones restantes que encuentren los alumnos. Es importante que verbalicen la idea de que si se necesitan tres regletas de un color para hacer otra regleta, la primera será un tercio de la segunda; si se necesitan cuatro regletas de un color para hacer otra regleta, la primera será un cuarto de la segunda, etc. Al tratar la notación de fracciones de  $1/2$ ,  $1/3$ ,  $1/4$ , etc., asegúrate de que los alumnos se den cuenta de que el número inferior, o denominador, de la fracción indica cuántas partes se requieren para hacer el total, o que el total se ha dividido equitativamente en esa cantidad de partes.

### Una extensión para alumnos más experimentados

Esta actividad implica fracciones con numeradores que no sean 1. Supone un mayor desafío para los alumnos, ya que tienen que calcular el número de unidades individuales de cada regleta en el par para que puedan determinar la relación que tienen las regletas entre sí.

Empieza pidiendo a los alumnos que describan la relación de la regleta roja respecto a la verde claro y que expliquen lo que han pensado. Un alumno puede responder: "La regleta roja es  $2/3$  de la verde claro porque se necesitan tres regletas blancas para igualar la regleta verde y la regleta roja es igual a dos de las regletas blancas"; otro puede decir que "una regleta blanca es  $1/3$  de la verde claro, y la regleta roja es igual a dos blancas. Por lo tanto, la regleta roja es igual a  $2/3$ ."

8 Haz grupos de alumnos para que encuentren la relación de fracción entre cada uno

de los siguientes pares y estén preparados para que expliquen el porqué: rojo y azul; morado y naranja; morado y amarillo; verde oscuro y naranja.

De nuevo haz que los alumnos compartan sus respuestas y expliquen cómo las han encontrado para darles la oportunidad de que reflexionen sobre lo que han hecho.

## Encontrar fracciones equivalentes

En esta actividad, adecuada desde 3º de Primaria a 2º de ESO, los alumnos encuentran fracciones equivalentes, incluidas tanto fracciones impropias como números mixtos. Eligen una regleta, construyen todos los trenes de un color que puedan para esa regleta y luego encuentran todos los nombres de las regletas que usan. Esto les permitirá aprender qué nombres distintos de fracciones pueden representar la misma cantidad de un todo. La exploración será más compleja cuando los alumnos, cogiendo por turnos cada regleta, le den a esta un valor de uno y determinen todas las fracciones para cada una de las demás regletas.

### Introducción de equivalencias

Empieza pidiendo a los alumnos que construyan todos los trenes posibles de un color que sean igual a la regleta naranja. Podrán construir un tren de 2 amarillas, un tren de 5 rojas y otro tren de 10 blancas. Luego pídeles que hagan una lista de todas las maneras de escribir el valor de cada una de las regletas que han usado -la blanca, la roja, la amarilla, la naranja- si a la regleta naranja se le da un valor de uno. [Fig. 7]

$$\begin{array}{l} \text{SI} \quad n = 1 \\ \quad \quad b = 1/10 \\ \text{fig. 7} \quad r = 1/5 \text{ o bien } 2/10 \end{array} \quad \begin{array}{l} a = 1/2 \text{ o bien } 5/10 \\ n = 1 \text{ o bien } 5/5 \text{ o bien } 10/10 \end{array}$$

Algunos alumnos puede que no se den cuenta de que la regleta roja puede tener dos fracciones:  $1/5$  y  $2/10$ . Debes llamar la atención sobre el hecho de que dos regletas blancas son exactamente igual que una roja. Como una regleta blanca es  $1/10$  y dos regletas blancas es  $2/10$ , la regleta roja también podrá ser  $2/10$ .

Asigna un valor de 1 a la regleta azul. Pide a los alumnos que construyan todos los trenes de un color que igualen la regleta azul y luego que encuentren las fracciones para las regletas que usan. Haz que investiguen cada una de las demás regletas de la misma manera.

Cuando los alumnos hayan terminado, haz que los grupos compartan los resultados de un set específico de regletas y expliquen cuál es el razonamiento que han aplicado al nombrar las fracciones de cada regleta. Pregúntales por qué no pudieron encontrar más de una fracción para las regletas negra, amarilla, verde claro y roja. (Son las regletas que solo se pueden construir con las regletas blancas.)

### Encontrar todas las fracciones

Modela la actividad partiendo de la base de que la regleta marrón tiene un valor de 1. Empieza con la regleta blanca, ya que puede que haga falta comparar otras regletas con respecto a ella antes de que se puedan determinar sus valores. Una vez que los alumnos hayan coincidido en que la regleta blanca es  $1/8$  y puedan explicar el porqué, pregunta sobre la regleta roja. Si los alumnos ofrece solo una de estas explicaciones, "La regleta roja es  $1/4$  porque es la longitud de 2 blancas" o "La regleta es  $1/4$  porque se necesitan cuatro de ellas para hacer una regleta marrón", ofrece la otra opción. A continuación, pregunta sobre el valor de la regleta verde claro, que no puede dividir equitativamente la regleta marrón. Al igual que tuvieron que hacer en la actividad de pares de regletas, tendrán que usar la regleta blanca para probar que



la verde claro es  $\frac{3}{8}$ . Continúa encontrando y debatiendo todos los valores de cada regleta, documentando los resultados en la pizarra o retroproyector. [Fig.8]

Si la regleta marrón = 1.

$$b = \frac{1}{8}$$

$$a = \frac{5}{8}$$

$$z = \frac{9}{8} \text{ o bien } 1 \frac{1}{8}$$

$$r = \frac{2}{8} \text{ o bien } \frac{1}{4}$$

$$o = \frac{6}{8} \text{ o bien } \frac{3}{4}$$

$$n = \frac{10}{8} \text{ o bien } 1 \frac{2}{8} \text{ o bien } \frac{5}{4}$$

fig. 8  $v = \frac{3}{8}$

$$g = \frac{7}{8}$$

$$d = \frac{4}{8} \text{ o bien } \frac{2}{4} \text{ o bien } \frac{1}{2} \quad m = 1 \text{ o bien } \frac{8}{8} \text{ o bien } \frac{4}{4} \text{ o bien } \frac{2}{2}$$

Se produce una nueva situación cuando hay que nombrar la fracción de la regleta azul, ya que es más larga que la marrón. No todos los alumnos verán que tiene dos formas:  $\frac{9}{8}$ , ya que es tan larga como 9 regletas blancas, y  $1 \frac{1}{8}$ , ya que es tan larga como 1 regleta marrón y 1 regleta blanca. Es un buen momento para hablar sobre fracciones impropias y números mixtos.

Una vez que los alumnos parezcan entender cómo hay que proceder, pídeles que encuentren todas las formas de fracciones para cada regleta cuando a la regleta azul se le asigne un valor de 1. Haz que documenten sus resultados y estén preparados para explicarlos. Aunque puede que quieras recordar a los alumnos que comparen cada regleta nueva con todas las regletas para las que ya hemos encontrado fracciones, no te preocupes si siguen pasando por alto algunas. Se debe hacer hincapié en la exploración, no en lograr todas las respuestas correctas.

Continúa con la regleta negra, la naranja, etc. hasta que se hayan hecho todas las regletas a lo largo del tiempo.

## Explorar proporciones

Los alumnos necesitarán tener numerosas experiencias en torno al razonamiento proporcional y sobre proporciones antes de empezar con el simbolismo que denota la proporción. En estas exploraciones, los alumnos usarán la medición de un objeto con la regleta naranja y las relaciones entre las regletas para calcular, sin medir, la longitud del objeto en regletas que no sean la naranja. La primera actividad es adecuada para alumnos de 1º y 2º de Primaria. Mientras los alumnos observan, mide un objeto con regletas naranjas, luego pídeles que encuentren cuántas regletas amarillas se necesitarían para medir el mismo objeto. La segunda actividad, apropiada para alumnos de 3º de Primaria a 2º de ESO, amplía la primera haciendo que los alumnos encuentren la longitud del objeto usando otras regletas, además de la amarilla.

### ¿Cuántas amarillas?

Encuentra un objeto que mida entre 9 y 12 regletas naranjas, como el alféizar de la ventana, la bandeja para tizas, una estantería, etc. Una vez que hayas elegido el objeto, pide a los alumnos que predigan cuántas regletas naranjas se necesitarán para medir su longitud. Haz que hablen sobre su predicción con un compañero antes de compartirlo con la clase. Haz una lista de las predicciones en la pizarra; luego mide el objeto mientras los alumnos están mirando.

A continuación, plantea este problema para que los alumnos piensen sobre él por parejas: "¿Cuántas regletas amarillas harían falta para medir el mismo objeto?" Da a cada par de alumnos una regleta naranja y una amarilla y diles que tienen que resolver el problema sin medir realmente el objeto con la regleta amarilla. Cuando tengan una respuesta, deberán documentarla y explicar por escrito por qué piensan que su 10 respuesta es correcta.

## Observar a los alumnos

Observa cómo enfocan los alumnos el problema. Algunos puede que sepan de inmediato cómo empezar; otros necesitarán más tiempo para pensar. Si las parejas no tienen ni idea de qué hacer, pregúntales que han notado acerca de la longitud de las regletas naranja y amarilla. Si es necesario, haz que midan la regleta naranja con la amarilla, y pregúntales si esta información es de ayuda. Algunos alumnos puede que midan el objeto a pesar de que les has dicho que no lo hagan.

Al escuchar a los alumnos mientras trabajan, puede que escuches: "Se necesitan dos amarillas para hacer una naranja"; "Van a ser más amarillas" y "Van a ser el doble de amarillas, por lo que tenemos que sumar (o multiplicar)".

Cuando todos los alumnos estén preparados, haz que lean por turnos sus explicaciones en voz alta a la clase. (Los alumnos con menos experiencia puede que tengan dificultades al explicarse claramente por escrito. Sin embargo, es una capacidad que es muy importante desarrollar, así que ten paciencia con los primeros intentos. Orienta a los alumnos para que aprendan a incluir toda la información pertinente en sus explicaciones. Dales a menudo oportunidades para que expliquen las cosas oralmente. Indica que las explicaciones escritas son como las orales, pero escritas en papel.) Después de que todas las parejas hayan dado sus respuestas, mide el objeto con regletas amarillas.

## Variación para alumnos más mayores

Pide a los alumnos que te ayuden a encontrar un objeto que tenga unas 12 regletas naranjas de largo, midiendo cada objeto en el momento que se sugiera. Una vez que se haya encontrado, pide a las parejas que decidan cuál es la longitud de ese objeto en regletas amarillas.

Normalmente los alumnos ofrecen las siguientes explicaciones:

"Dos regletas amarillas hacen una naranja, por lo que tenemos 2 veces 12, que es 24."

"Multiplicamos 12 veces 2, 12 regletas naranjas 2 veces; y el resultado es 24."

"Hay 12 regletas naranjas, y 2 amarillas hacen una naranja, por lo que contamos de dos en dos. Pensamos que la respuesta es 24."

Después de que hayan compartido sus ideas, asigna a las parejas la tarea de calcular la longitud del objeto en regletas blancas, regletas rojas y luego en regletas verde oscuro, sin medirlo. Cada pareja de alumnos necesitará un set de regletas y una hoja de documentación. Haz que documenten sus explicaciones por escrito. Pide a aquellos alumnos que terminen antes que otros que encuentren la longitud en regletas azules, negras, etc.

Cuando todos los alumnos hayan terminado, haz que lean en voz alta lo que han escrito, debatiendo cualquier discrepancia que se produzca.

Animales a que escuchen a los demás atentamente. Indícales que intentar seguir el razonamiento de otra persona suele ser difícil, pero que intentar hacerlo les ayudará a mejorar su comprensión.

## Perímetro con regletas Cuisenaire

En la siguiente investigación con las regletas Cuisenaire®, adecuada desde 3º de Primaria a 2º de ESO, los alumnos explorarán perímetros, harán comparaciones y usarán el razonamiento espacial. La experiencia anterior de los alumnos les dictará

dónde empezar y cómo proceder. Cada pareja de alumnos necesitará un set de 74 regletas y papel cuadriculado con cuadrículas de un centímetro.

### Introducir perímetros

Explica a los alumnos que el perímetro es la distancia alrededor de algo, y demuestra cómo encontrar el perímetro de una regleta Cuisenaire. Hazlo colocando una regleta de cualquier color en un papel cuadriculado con cuadrículas de un centímetro, y luego haz una marca alrededor de la misma o haz un boceto. Quita la regleta y cuenta en voz alta el número de unidades a lo largo del contorno [Fig. 9].

fig. 9

	2	3	4	5	6	7	8			
1	m						9			
	16	15	14	13	12	11	10			

Haz que los alumnos encuentren el perímetro de otras regletas, verificando sus resultados entre sí.

Ahora haz una figura [Fig. 10] con dos regletas rojas y una verde claro, y haz un modelo para encontrar su perímetro. (Coloca las regletas de tal manera que la figura delineada se pueda recortar y quede de una pieza.)

fig. 10

	3	4	5	6	7				
2	r		v		8				
1	r		$\frac{11}{12}$	10	9				
	14	13							

Vuelve a disponer las mismas tres regletas haciendo una figura distinta [Fig. 11]. Orienta a los alumnos para que hagan la misma figura, la delinear o dibujen, y para que encuentren su perímetro.

fig. 11

							7		
				1	2	6		8	
			16	r			v	9	
				$\frac{15}{14}$	r			10	
					13	12	11		

Pide a los alumnos que hagan una nueva figura con estas regletas y que encuentren su perímetro. (Recuérdales que la figura que hagan se deberá poder recortar del papel y que quede de una sola pieza.) A veces los alumnos se sorprenden de que las figuras puedan tener el mismo perímetro a pesar de ser diferentes.

### Hacer figuras

Una vez que los alumnos parezcan sentirse cómodos encontrando perímetros, pídeles que trabajen en pequeños grupos para investigar el siguiente problema. "Usad una regleta roja, dos regletas verde claro y una regleta morada para hacer al menos diez figuras distintas, encontrando el perímetro de cada una. Documentad cada figura y su perímetro en el papel cuadriculado. Tomad nota de los métodos que usáis para hacer las distintas figuras, y estad preparados para hablar sobre ellos, así como de cualquier serie que podáis encontrar."

Anima a los alumnos a que debatan sobre esta actividad mientras trabajan en ella para ayudarles a que se preparen para el debate de clase que tendrá lugar a continuación. Deja a los alumnos un poco de tiempo para explorar.

### Observar a los alumnos

Paséate entre los alumnos, observando y escuchando mientras resuelven el problema. Hacer esto te permitirá valorar tanto sus conocimientos de perímetros como su capacidad para resolver problemas. Podrás ver qué alumnos usan información aprendida anteriormente, cuáles son capaces de ampliar las ideas de los otros miembros de su grupo y cuáles pueden "encontrar relaciones" según disponen las regletas de otra manera. Por ejemplo, podrás ver qué alumnos son capaces de generalizar: darse cuenta de que pese a que las áreas de las figuras se mantienen constantes, las distintas figuras pueden tener o no el mismo perímetro. Algunas alumnos pueden empezar a formular hipótesis de por qué es así. El hecho de observar y escuchar te proporcionará ideas para resumir la actividad en el debate de clase posterior.

Presta ayuda solo si te la piden. Si un grupo te plantea un dilema, les puedes responder pidiéndoles que expliquen lo que ya han hecho. Reflexionar sobre lo que ya han hecho puede servir para clarificar sus ideas y les permite resolver el dilema por sí mismos.

### Debatir la actividad

Cuando los alumnos hayan tenido suficiente tiempo de exploración, pide a algunos voluntarios que compartan cómo han creado cada nueva figura y cómo han calculado los perímetros. ¿Pasaron de una figura a otra de una forma sistemática, quizá moviendo solo una regleta, o cambiaron de sitio todas las regletas cada vez que hacían una figura?

Pide a los alumnos que debatan las siguientes preguntas en sus pequeños grupos y que estén preparados para exponer las respuestas a la clase:

- ¿Cuántos perímetros distintos habéis encontrado usando estas cuatro regletas? ¿Cómo podéis proceder para comprobar que tenéis todos los perímetros posibles?
- ¿Cuál es el perímetro más pequeño posible? ¿Hay más de una figura con este perímetro?
- ¿Cuál es el perímetro más grande posible? ¿Hay más de una figura con este perímetro?
- ¿Habéis encontrado formas más eficientes de calcular el perímetro que contando cada unidad?

No todos los alumnos habrán descubierto que los posibles perímetros van de 14 a 26 centímetros y que hay más de una manera de crear tanto el perímetro más pequeño como el más grande. Un debate de clase les proporcionará la oportunidad de volver a examinar sus observaciones. Las siguientes son respuestas típicas que dan los alumnos.

"Encontramos 14, 16, 18 y 26, por lo que nos imaginamos que también debía haber 22 y 24. Probamos y, sí, así fue."

"Puedo decir que dos figuras tienen el mismo perímetro contando los lados que tocan. Si una tiene más lados que se tocan que la otra, los perímetros tienen que ser distintos."

"Nos dimos cuenta de que si deslizábamos la regleta morada a la izquierda, el perímetro no cambiaba." [Fig. 12]

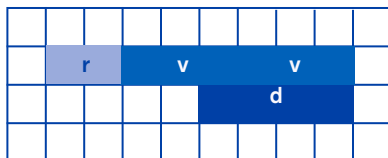


fig. 12

Después del debate de clase, haz que los grupos recorten y pongan las distintas figuras en el tablón de anuncios o la pizarra. Elige un grupo para que empiece y dirige a los otros grupos para que agreguen solo aquellas figuras que no se hayan puesto. Esto dará a los alumnos la oportunidad de comparar, emparejar y clasificar. Al mismo tiempo, les dará más tiempo para reflexionar sobre los resultados. Las figuras expuestas también pueden llevar a las siguientes investigaciones.

- ¿Cuántas figuras distintas tienen un perímetro de 18 (o 20, 22, 24, etc.)?
- ¿Cómo son las figuras con el mismo perímetro, iguales o distintas? (Esta pregunta permite a los alumnos plantearse ideas de simetría, similaridad, congruencia, rotaciones e inversiones.)
- ¿Qué es lo que diferencia a las figuras con un perímetro de 14 frente a aquellas con uno de 26? (Los alumnos pueden percatarse de que las figuras con el perímetro más pequeño son más compactas, mientras que las que tienen los perímetros más grandes están más estiradas.) ¿Cómo disponemos las regletas cuando queremos conseguir una figura con un perímetro pequeño?

Esta actividad se puede repetir varias veces durante el año escolar, cambiando los colores y el número de regletas utilizadas.

### Una extensión del razonamiento espacial

Pide a los alumnos que cojan una de las figuras expuestas e intenten llenarla con un set distinto de regletas. ¿Se puede hacer? ¿Se puede hacer con otro set más? ¿Y con un tercero? Esta figura [Fig. 13] se puede llenar con un set de 12 regletas blancas o un set de 6 regletas rojas o con 2 regletas verde claro y 3 rojas.

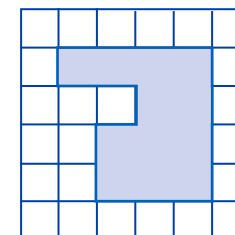


fig. 13

Este tipo de razonamiento especial permite a los alumnos practicar en clase destrezas diarias que se usan para determinar que un cuenco de 15 cm es justo el correcto para guardar los bollos que han quedado, que una pila de platos cabrán en un estante específico y que el espacio para aparcar es demasiado pequeño para el coche.

### Rompecabezas de perímetros

Como cada rompecabezas tiene numerosas soluciones, esta actividad proporciona una buena práctica con perímetros en un contexto de resolución de problemas. Pon los rompecabezas en la pizarra o tablón o distribuye copias a cada alumno. Pide a los alumnos que busquen distintas soluciones para cada uno, registrando las soluciones que encuentren y anotando lo que descubran para compartirlo durante el debate de clase.

1. Usa 2 regletas rojas y 1 morada para hacer una figura con un perímetro de 14 unidades.
2. Usa 1 regleta roja, 1 verde y 2 moradas para hacer una figura con un perímetro de 24 unidades.
3. Usa 2 regletas rojas, 2 verdes y 1 morada para hacer una figura con un perímetro de 30 unidades.

Los alumnos podrán trabajar en estos rompecabezas individualmente o en pequeños grupos. Crea una tabla de clase [Fig. 14] en la que los alumnos pongan su nombre cuando completen un rompecabezas, con el fin de animarles a encontrar otros alumnos con los que debatir los rompecabezas con ellos.

**Por tu nombre debajo de los rompecabezas que has intentado hacer.**

Rompecabezas 1	Rompecabezas 2	Rompecabezas 3

fig. 14

Haz que los alumnos creen sus propios rompecabezas para que otros los resuelvan. Pídeles que usen cinco regletas o menos y que especifiquen los números y colores de las regletas a utilizar, así como el perímetro que hay que hacer. Esto hará que la tarea sea más sencilla tanto para el creador como para el usuario. Pídeles que un compañero compruebe el rompecabezas antes de agregarlo al set de clase.





## Rompecabezas adicionales

Los siguientes rompecabezas tratan tanto del área como del perímetro y es probable que sean más difícil de resolver para los alumnos.

1. Haz una figura con un área de 26 unidades cuadradas y un perímetro de 26 unidades usando 2 regletas rojas, 2 moradas, 1 verde claro, 1 amarilla y 1 verde oscuro. Usa las mismas 7 regletas para hacer una figura de 8 lados con un área de 26 unidades cuadradas y un perímetro de 26 unidades.
2. Haz una figura de 8 lados, un perímetro de 32 unidades y un área de 34 unidades cuadradas usando 1 regleta negra, 1 verde oscuro, 1 amarilla, 2 moradas, 2 verdes claro y 1 roja. Usa las mismas 8 regletas para crear una figura de 12 lados, un perímetro de 40 unidades y un área de 34 unidades cuadradas.
3. Haz una figura con un perímetro de 28 unidades y un área de 25 unidades cuadradas. No uses regletas que sean más cortas que la verde claro o más largas que la amarilla.
4. Haz una figura de 8 lados con un área de 35 unidades cuadradas y un perímetro de 42 unidades. Usa exactamente 8 regletas, ninguna más corta que la roja o más larga que la verde oscuro.

Al igual que antes, haz que los alumnos interesados creen un set de clase con rompecabezas que tengan su propia área y perímetro.

*Observación: para alumnos menos experimentados, puede que tengas que demostrar cómo encontrar el área de una figura. Elige las tres regletas que quieras, haz una figura que quede de una pieza si se recorta, traza alrededor la forma, quita las regletas y cuenta los cuadrados. Asegúrate de que haces hincapié en la diferencia entre encontrar el área y encontrar el perímetro.*

"El nombre Cuisenaire y el orden de colores son marcas registradas de ETA hand2mind®." Impreso bajo licencia con ETA/Cuisenaire.

Para obtener una versión multilingüe de esta guía, visita [www.LearningResources.com](http://www.LearningResources.com) y busca el número de artículo LER 7526. La guía está disponible en español, francés y alemán.

Para obtener una versión en otro idioma de esta guía, visite [www.LearningResources.com](http://www.LearningResources.com) y busque el número de elemento LER 7526. La guía está disponible en español, francés y alemán.

Pour obtenir une version multilingue de ce guide, veuillez vous connecter sur le site [www.LearningResources.com](http://www.LearningResources.com) et rechercher l'article LER 7503. Le guide est disponible en espagnol, en français et en allemand.

Für eine mehrsprachige Version dieser Anweisungen besuchen Sie bitte [www.LearningResources.com](http://www.LearningResources.com) und suchen nach Teil-Nr. LER 7526. Die Anweisungen sind in Spanisch, Französisch & Deutsch erhältlich.



**Learning Resources®**



© Learning Resources, Inc., Vernon Hills, IL, EE. UU.  
Learning Resources Ltd., Bergen Way,  
King's Lynn, Norfolk, PE30 2JG, Reino Unido  
Guarda el envase para futuras consultas.

Hecho en China

LRM7526-TG

Hecho en China.

Conserva el envase para futuras consultas.

Fabriqué en Chine.

Veillez conserver l'emballage.

Hergestellt in China.

Bitte Verpackung gut aufbewahren.

Más información sobre nuestros productos en [LearningResources.com](http://LearningResources.com)

